

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع:		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / /		تعداد صفحه: ۲	
طراح سوال:							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)						نمره
۱	در هر مورد جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) دتر مینان هر ماتریس قطری برابر است با (ب) اگر صفحه P با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از راس آن عبور نکند، در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک است. (پ) اگر نقطه ای درون دایره باشد در این صورت فاصله این نقطه تا مرکز دایره از مقدار شعاع دایره است. (ت) هر گاه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار دلخواه در فضای $\mathbb{R}^3$ باشند و حاصل ضرب داخلی این دو بردار در هم برابر صفر باشد، آن گاه زاویه بین این دو بردار برابر با است.						۱
۲	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را تعیین کنید. (الف) اگر A ماتریس مربعی از مرتبه ۳ باشد که $ A = -۲$ باشد، در اینصورت $ ۲A = -۱۶$. (ب) خط d و دو نقطه متمایز A و B در یک صفحه داده شده اند، حداکثر یک نقطه روی خط d وجود دارد که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند. (پ) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد سطح مخروطی حاصل بیضی است. (ت) دو بردار را هم سنگ یا مساوی گوئیم هرگاه، طول آن ها با هم برابر باشند.						۱
۳	معادله ماتریسی زیر را به کمک ماتریس وارون حل کنید . $A \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۲ & -۶ \end{bmatrix} + ۳ \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۱ & ۴ \end{bmatrix}$						۱/۲۵
۴	به ازای چه مقداری از a دستگاه زیر فاقد جواب است. $\begin{cases} ax + ۲y = ۲a + ۱ \\ ۳x + (a - ۱)y = ۷ \end{cases}$						۱/۲۵
۵	با توجه به معادله زیر مقدار متغیر را بدست آورید. $\begin{vmatrix} x & ۲ & ۳ \\ -۵ & ۱ & ۴ \\ ۱ & ۱ & ۰ \end{vmatrix} = ۳۰$						۱
۶	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(-۲, ۱)$ باشد و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - ۲x - ۸y + ۹ = ۰$ از بیرون مماس باشد .						۲
۷	نقطه M روی بیضی به مرکز O و کانون های F و F' و طول اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه ای قرار دارد که $OM = 4$ است. (الف) نشان دهید $OM = OF = OF'$. (ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم الزاویه است.						۱/۵
۸	معادله ی سهمی را بنویسید که راس آن $S(۳ و ۲)$ و کانونش $F(۳ و -۲)$ باشد. معادله خط تقارن و خط هادی سهمی را بنویسید.						۱/۵
۹	مختصات کانون و خط هادی سهمی به معادله $y^2 - ۲y + ۸x + ۹ = ۰$ را بدست آورید.						۲

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / /	تعداد صفحه: ۲
طراح سوال:			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			
۱۰	بردارهای $\vec{a} = (-1, 0, 2)$ و $\vec{b} = (2, 3, -1)$ و $\vec{c} = (0, 0, 1)$ داده شده اند. با توجه به این بردارها به هر قسمت به دقت پاسخ دهید. الف) ابتدا بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را بدست آورید و سپس طول آن را محاسبه کنید. ب) بردار $\vec{e} = \vec{a} + \vec{c}$ را بدست آورید. پ) تصویر قائم $\vec{b}$ را بر $\vec{e}$ بدست آورید.		۲
۱۱	اگر $\vec{a} = (-2, 1, 0)$ و $\vec{b} = (5, 1, 2)$ برداری عمود بر این دو بردار بدست آورید.		۱
۱۲	فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بردارهایی باشند به ترتیب با طول های ۱ و ۲ و ۳ با این خاصیت که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ را بدست آورید.		۱/۲۵
۱۳	برای هر دو بردار دلخواه a و b در فضای $\mathbb{R}^3$ ثابت کنید: $ a \cdot b \leq a b $		۱
۱۴	اگر $A = (2, 1, -1)$ و $B = (2, -1, 1)$ و $C = (1, 1, -2)$ سه راس مثلثی باشند. مساحت این مثلث را بدست آورید.		۱
۱۵	اگر $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ و $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{a} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$ سه بردار باشند، حجم متوازی السطوحی که توسط این سه بردار ساخته می شوند را بدست آورید.		۱/۲۵

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی :		رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : / /	تعداد صفحه: ۲
طراح سوال :				
ردیف	پاسخنامه	نمره		
۱	الف) حاصل ضرب درایه های روی قطر (۰/۲۵) ب) سهمی (۰/۲۵) ت) ۹۰۰ (۰/۲۵) پ) کمتر (۰/۲۵)	۱		
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	۱		
۳	$A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \quad (۰/۵) \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$	۱/۲۵		
۴	قابل قبول (۰/۵) $a = -2 \Rightarrow \frac{-2}{3} \neq \frac{-3}{7}$ غیر قابل قبول (۰/۵) $a = 3 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{7}{7}$ $\begin{vmatrix} a & 2 \\ 3 & a-1 \end{vmatrix} = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \Rightarrow \frac{-2}{3} \neq \frac{-3}{7} \\ a = 3 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{7}{7} \end{cases}$	۱/۲۵		
۵	$\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ -5 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 30 \Rightarrow (8-3) - (4x+15) = -10 - 4x = 30 \quad (۰/۵) \Rightarrow x = -10 \quad (۰/۲۵)$ بسط دترمینان حول سطر سوم (۰/۲۵)	۱		
۶	$x^2 + y^2 - 2x - 8y + 9 = 0 \Rightarrow \vec{O} = (1, 4) \text{ و } \vec{r} = 2\sqrt{2} \quad (۰/۷۵)$ $O(-2, 1), O\vec{O} = 3\sqrt{2} \quad (۰/۲۵) \quad O\vec{O} = r + \vec{r} \Rightarrow r = \sqrt{2} \quad (۰/۵)$ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 2 \quad (۰/۵)$	۲		
۷	الف) $a = 5, b = 3, c = \sqrt{25-9} = 4 \quad (۰/۷۵) \Rightarrow OM = OF = OF' = 4 \quad (۰/۲۵)$ ب) در مثلث MFF' ، OM میانه است که طول آن برابر با ضلع مقابلش است پس مثلث قائم الزامیه است. (۰/۵)	۱/۵		
۸	$SF = 4 = a$ ، سهمی رو به پایین است، $\Rightarrow (x-h)^2 = 4a(y-k) \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $(x-3)^2 = -16(y-2) \quad (۰/۵)$ معادله خط تقارن برابر با $x=3 \quad (۰/۲۵)$ و معادله خط هادی $y=a+k=6 \quad (۰/۲۵)$	۱/۵		
۹	$y^2 - 2y + 8x + 9 = 0 \Rightarrow (y-1)^2 = -8(x-1) \quad (۰/۵)$ $(y-k)^2 = -4a(x-h), F(-a+h, k), x=a+h \quad (۰/۵)$ مختصات کانون $(-a+h, k) = (-1, 1) \quad (۰/۵)$ و معادله خط هادی $x=a+h$ پس $x=3 \quad (۰/۵)$	۲		
۱۰	الف) $2\vec{a} - \vec{b} = (-4, -3, 5) \quad (۰/۵) \Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$ ب) $\vec{e} = \vec{a} + \vec{c} = (-1, 0, 3) \quad (۰/۲۵)$ پ) $\frac{\vec{e} \cdot \vec{b}}{ \vec{e} } = \frac{-5}{\sqrt{10}} (-1, 0, 3) \quad (۱)$	۲		
۱۱	$\vec{a} \times \vec{b} = (2, 4, -7) \quad (۱)$	۱		
۱۲	$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{r} \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = \vec{r} \cdot \vec{r} \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $ \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2 + \vec{c} ^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}) = 0 \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}) = -\frac{14}{2} = -7 \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / /	تعداد صفحه: ۲
طراح سوال:			
ردیف	پاسخنامه		نمره
۱۳	فرض کنیم زاویه بین دو بردار برابر با θ باشد. واضح است که می دانیم $ \cos\theta \leq 1$ پس داریم: $ a \cdot b = a b \cos\theta \leq a b \times 1 \Rightarrow a \cdot b \leq a b $		۱
۱۴	پس $C = (1, 1, -2)$ و $B = (2, -1, 1)$ و $A = (2, 1, -1)$ $AC = (-1, 0, -1)$ و $AB = (0, -2, 2)$ $S = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} (2, -2, -2) = \sqrt{3}$		۱
۱۵	$V = a \cdot (b \times c) = (0, 2, 3) \cdot ((2, 0, 1) \times (-1, 2, 0)) = (0, 2, 3) \cdot (-2, -1, 4) = 10$		۱/۲۵